345. ひるべると空間ノ作用素ノ函數ニ就イテ

三 村 征 雄（阪大）

ひるべると空間 $\mathfrak{H}$ ノえるみっと型 hypermaximal ナ作用素 H ノ函數ハ色々定義ノ仕方モアルガ，次ノ様ニスレバ一度ニ出來ル。即チ

$$(Hf, g)=\int_{-\infty}^{\infty} \lambda\, d(E_\lambda f, g)$$

トシ，

$$(f^*, g)=\int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, d(E_\lambda f, g)$$

ニヨッテ定マル作用素 $f^*=F(H)$ ヲ $F(\lambda)$ ニ對應スル H ノ函数トスルノデアル。但シ上ノ積分ハ

$(E_\lambda f, g)$ ナル λ ノ有界変分ナ函数ニ關スル Lebesgue-Stieltjes 積分トスル．而シテ作用素 $F(H)$ ノ定義範囲 $\mathfrak{D}(F)$ ハ

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(\lambda)|^2 d\| E_\lambda f \|^2$$

ガ存在スル様ナ f ヨリナルコトモ知ラレテヰル。問題ハアル作用素ガ、カヽル $F(H)$ ニナルタメノ條件デアル、次ノ條件ガ必要ナコトハ直グ判ル。

$\boxed{\text{條件I}}$ $F(H)$ ハ H ト可換ナルスベテノ有界ナ作用

素ト可換デアル。」

扨テコノ條件Iガ充分ナルコトハ Neumann ガ、スベテノ作用素ヲ有界ト假定シタ場合ニ證明シテ居ル、即チ

$\boxed{\text{定理 I}}$　Aハ有界ナ任意ノ作用素

Hハ有界ナえるみっと型作用素

トスルトキ，條件IガアレバAハHノ函數デアル。」

最近 F. Riesz ハコノ定理ヲ新ニ證明シ，最後ニコレハ

Hヲ必ズシモ有界ナラザル hypermaximal ナ作用素トシテモヨシ，更ニAモ有界デナイカハリニえるみっと型 hypermaximal デアレバヨイ。

ト云フ注意ヲシテ居ル。證明ハシナイガ "par des artifices bien connus" ト云ッテ居ルノハ勿論 Cayley Transformation ニ移ルコトヲ指シテ居ルノデアラウ。

自分ハ先月ノ數物大阪支部デ更ニAガ所謂 **-Operator デモヨイコトヲ注意シタ。**-Operator トハ Abgeschlossen linear ナ Fortsetzung ヲ持ツ作用素(えるみっと型ナライツデモカンル Forts. ハアルガ一般ニハソウデナイ)ノコトデ，コレハ又 A^* ガ存在シテ，ソレガ $\mathfrak{H}$ デ überall dicht ナ定義範囲ヲモツ様ナ作用素トモイヘル。有界ナ作用素 hypermaximal ナ作用素ガコレニ含マレルコトハ明デアル。」

ソノ證明ハツマラナイノデ實ハスベテノ **－作用素ハ

有界ナ作用素トえるみっと型 hypermaximal ナ作用素トノ積デカケルコトガ Neumann ニヨッテ証明サレテ居ルカラ，ソノ"函数"ノ各々ガ條件Ⅰヲ満足スルコトヲ示セバ，Neumann-Riesz ノ場合ニナッテシマフ譯デアル。

ソコデ数物デモ述ベタ如ク、コレハAガ必ズシモ **－作用素デナクテモイイデアラウト思ッタノデアルガ，(即チ條件ⅠカラAハ當然 **－作用素ニナルダラウトイフノデアル) ソノ後コレハ肯定シ得ルコトガ判リ、ココニ書カウトシタノデアル、所ガ証明ヲ整理シテヰル間ニ、既知ノ定理1乃至 Riesz ノ場合ニ持ッテ行カナクテモ直接証明出來ルコトヲ知ッタノデ一時コレハ引込メ、別ニ書キナホスコトニシタ。要スルニ次ノコトガ分ッタ。

$\boxed{\text{定理2}}$ Aハ $\mathfrak{H}$ デ überall dicht ナ定義範囲ヲモツ線状作用素、Hハえるみっと型 hypermaximal ナ作用素デ條件Ⅰガ満足サレテ居レバ

Aハ H ノ函数デアル。」

Hガ einfach ナ Spektrum ヲ持ッ場合ニツイテモ云フコトガアルガ、コレモ次ニ讓ル。

書キ忘レタガ有界ナ作用素Bガ必ズシモソウデナイAト可換トイフノハ、ABガBAノ Fortsetzung デアルトイフコトデアル。