344. 相對微分幾何ニツイテ

松　村　宗　治（台北大）

今一ツノ卵形線 $\mathscr{C}$ 上ニ一定点 O（原点）ヲトリ O ニ於

テ $\mathfrak{x}$ ヘノ切線（首線）ニ平行ナル unit oval $E(u)$ ヘノ切線ヘ O ヨリ下セシ垂線距離ヲバ単位ノ長サニトリ $\mathfrak{x}$ 上ノ任意ノ点ニ至ル O ヨリノ相對的動徑 $r(\bar{\varphi})$ ヲバ次ノ様ニ定義スル。

$$r(\bar{\varphi})=\sqrt{g}\,\mathfrak{x}.$$

コヽニ g ハ O ヨリ $\mathfrak{x}$ ニ於ケル切線ニ平行ナル E ヘノ切線ヘ下セシ垂線ノ長サデアル。

但シコレハ r ノ相對的長サデアッテ相對的偏角 φ ヲバ次ノ如ク置ク。

$$\bar{\varphi}=\sqrt{\Phi}\,\varphi.$$

コヽニ Φ ハ g ガ首線トナス角デ φ ハ $\mathfrak{x}$ ナル Vector ガ首線トナス角即チ $\mathfrak{x}$ ノ初等的偏角デアル。

斯ノ如クシテ $\mathfrak{x}$ 上ノ任意ノ点ノ相對的極座標ナルモノガ define サルヽカラ普通ノ極座標ガ演ズルモノニ平行ニ吾人ノ極座標ニツイテ考究スレバヨイ。

尚、序ナガラ相對的角ノ定義ヲバ次ノ様ニスレバヨイト思フ。

$\mathfrak{x}$ 上ニ任意ニ二点 $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$ ヲトリ，ソレラノ初等的偏角ヲソレゾレ φ_1, φ_2 トセバ O ヨリ二点 $\mathfrak{x}_1$, $\mathfrak{x}_2$ ニ引イタ二直線間ノ相對的角ハ次ノ様デアル。

$$\sqrt{\Phi_1\Phi_2(\varphi_1-\varphi_2)^2}$$

但シ Φ_1, Φ_2 ハ夫々 $\mathfrak{x}$ ヘ点 $\mathfrak{x}_1$ 及ビ $\mathfrak{x}_2$ ニ於イテ引イタ二ツノ切線ニ平行ニ E ヘ引イタ二ツノ切線ヘ O ヨリ下シタ垂

線ガ首線トナス角デアル。

今マデノ発表サレテイル論文カラ考ヘテ以上ノ定義ガ至極當ヲ得タモノデアル様ニ思ハレル。Vector $\sqrt{\mathfrak{g}}\,\mathfrak{r}$, $\sqrt{\bar{\mathfrak{g}}}\,\bar{\mathfrak{r}}$ 及ビ其ノ両端ヲ結ビツケテ生ズル三角形ノ面積ハ

$$\frac{1}{2}\sqrt{\mathfrak{g}\bar{\mathfrak{g}}}\,\mathfrak{r}\bar{\mathfrak{r}}\sin\left\{\sqrt{\bar{\Phi}}\,\bar{\varphi}-\sqrt{\Phi}\,\varphi\right\}$$

ニ等シク

又ソノ特別ナ場合トシテ $\sqrt{\mathfrak{g}}\,\mathfrak{r}$, $\sqrt{\mathfrak{g}+d\mathfrak{g}}\,(\mathfrak{r}+d\mathfrak{r})$ ナル二ツノ Vector デ形成スル三角形ノ面積ハ

$$\frac{1}{2}\sqrt{\mathfrak{g}^2+d\mathfrak{g}\cdot\mathfrak{g}}\left(\mathfrak{r}^2+\mathfrak{r}\,d\mathfrak{r}\right)\sin\left\{\sqrt{\Phi+d\Phi}\,(\varphi+d\varphi)-\sqrt{\Phi}\,\varphi\right\}$$

ニ等シイ。

カクノ如クシテ $\mathfrak{r}$ 上ノ二点 $\{\sqrt{\mathfrak{g}}\,\mathfrak{r}, \sqrt{\Phi}\,\varphi\}$, $\{\sqrt{\mathfrak{g}_1}\,\mathfrak{r}_1, \sqrt{\Phi_1}\,\varphi_1\}$ ヲ通ル直線ノ方程式モ普通ノ様ニシテ求マル。

又彎曲点ニ對スル條件，漸近線，曲度半徑ヲ吾人ノ極座標ノ場合ニ求メ得ベシ。

又 $\mathfrak{r}$ 上ノ任意ノ点ニ於ケル切線ト其ノ点ニ至ル動徑トノ間ノ角モ求メ得ベク、普通ノ極座標ノ公式ヲ一般化スレバヨイ。

以上述ブル所ニヨリ相對的空間ニ於イテ極座標ガ與ヘラレタカラ同空間ニ於テノ直角でかると座標 x, y ハ次ノ様ニナル。

$$(*)\quad\begin{cases} x = r(\bar{\varphi})\cos\bar{\varphi}, \\ y = r(\bar{\varphi})\sin\bar{\varphi} \end{cases}$$

—31—

但シ $\bar{\mathfrak{g}}$, $\mathfrak{h}$ ハ以上述ブル所ノモノデアル。

(※) ヲ用ヒルトキハ普通ノ微積ヤ微分幾何ノヤウニ諸種ノ公式ヲ出スコトが出来、今迄ノ初等微分幾何ヲバ一般化スルコトが出来ル。

以上ハ自分ノ差當リ思ヒ浮ンダ大体ノ筋書ニ過ギナイ。詳細ハ一々更ニ計算セネバナラヌ。