313. 函數方程式ニ就テ, III

福 原 満 洲 雄（北大）

空間E及ビ一次函数 F(X) ニ関スル假定ハ前田同様トスル、空間Eが *normé* トイフ假定ハ *localement convexe* デ置換ヘラレルコトハ殆ンド確実デアルが，証明が混雑シテ來ルカラ，前田ト同ジ方針デ進メル所マデ行キ，然ル

後假定シタ條件ノ再檢討ヲスルコトニシヨウ。

尚定理3ニ於テ $X-kF(X)=0$ ガ $0\leqq k\leqq 1$ デ 0 デナイ解ヲ持タナイト假定シタガ $X-F(X)=0$ ガ 0 デナイ解ヲ持タナケレバトイフヤウニ述ベル方ガヨカッタ。コレハ後ノ部分ニモ影響ヲ及ボス。

定理17. 「X ニ關スル方程式

(1) $$X-F(X)=x$$

ガ解ヲ持ツヤウナ x ノ集合 B ハ一次閉集合デアル」

B ガ一次集合デアルコトハ明カデアル。

B ガ閉デテキルコトノ證明. B ノ定点 x ニ對シテ(1)ヲ滿足スル X ノ中ニ norme ガ最小ノモノガアル（一ツトハ限ラナイ）。ソノ norme ヲ $\rho(x)$ デ表ハス。

$$x_j\longrightarrow x,\quad x_j\in B$$

ナラバ $x\in B$ デアルコトヲ示セバヨイ。上ニ注意シタ所ニヨリ

$$X_j-F(X_j)=x_j,\quad \|X_j\|=\rho_j=\rho(x_j)$$

ナル X_j ガ存在スル。若シ $\{X_j\}$ ガ有界ナラバ $F(X_j)\to X$ ト假定スルコトガ出來ル。此ノ X ニ對シテ(1)ガ成立スルカラ $x\in B$ ヲ得ル。

$\{X_j\}$ ガ有界デナケレバ $\rho_j\longrightarrow +\infty$ ト假定スルコトガ出來ル。$X_j=\rho_j Y_j$ ト置ケバ

$$Y_j-F(Y_j)=x_j/\rho_j$$

トナリ $\|Y_j\|=1$ デアルカラ $F(Y_j)\longrightarrow Y$ ト假定スルコト

ガ出來ル、依テ

$$Y - F(Y) = 0$$

トナル。$X_j - \rho_j Y = Z_j$ ト置ケバ

$$Z_j - F(Z_j) = x_j$$

且ツ $j \to \infty$ ノトキ

$$\|Z_j\| / \rho_j \to 0$$

トナル、コレハ $\rho(x)$ ノ定義ニ反スル。

定理8.「X ニ関スル方程式 (1) ガスベテノ x ニ對シテ解ケルトイフコトト

(2) $X - F(X) = 0$

ガ 0 デナイ解ヲ持タナイトイフコトトハ同等デアル」

(2) ヲ満足スル X ノ集合 A ハ一次閉集合デアルカラ商空間 E/A ヲ利用スルコトニ依テ証明サレル。