291. 距離ヅケラレタ環ニ於テ開デタ連續群 II.

吉田耕作（阪大）

I. 前論 280 *Fundamental theorem* ノ證明第二段ハ筆者ノ思ヒ違ヒデ、ヒドイ誤リデアリマシタ。各 t ノ値ニ對シ

$$\mathfrak{U}+\chi(t)\nabla\chi(-t)\in\mathfrak{T}$$

デアリマスガ $\mathfrak{U}+\chi(t)\nabla\chi(-t)$ ハ t ニ *independent* ニ $\mathfrak{T}$ ノ *element* ニナラナイカラデス。アンナ議論ガ出來ルナラ $\chi(t)\psi(t)$, $-\infty<t<+\infty$ ガ $\mathfrak{G}$ ノ *one-parameter subgroup* ニナッテ了ヒマス。ソコデ *Fundamental* theorem ノ証明ヲ生カスタメニ次ノ如ク訂正シマス。

6頁 Fundamental theorem ノ假定ノ中ニ <u>$\mathfrak{G}$ ガ E デ differentiable</u> ガ落チテ居マシタ。

7頁第二段削除。8頁第9行目削除。8頁ニ

$$\left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W})T_{i(n)}A_{i(n)}-E\right|=o(\eta_{i(n)})$$

ガ出テヲリマス。$T_{i(n)}\in\Gamma$ ダカラ $T_{i(n)}=\exp.\mathfrak{U}_{i(n)},\ \mathfrak{U}_{i(n)}\to 0.$ 之レカラ $\left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})A_{i(n)}-E\right|=o(\eta_{i(n)})$ ガ出レバヨイ。$\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})\in\Gamma$ ダカラ。ソレニハ

$$|\exp.(A+B)-\exp.A\exp.B|=O(|A||B|)$$

(Neumann, loc. cit. p. 15)

ヲ用ヒマス。次ノ通リ

$$\begin{aligned}&\left|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}+\mathfrak{U}_{i(n)})A_{i(n)}-E\right|\leqq\big|\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W}\\&\quad+\mathfrak{U}_{i(n)})A_{i(n)}-\exp.(-\eta_{i(n)}\mathfrak{W})\exp.\mathfrak{U}_{i(n)}A_{i(n)}\big|\\&\quad+\left|\exp.(-\eta_{i(n)})\exp.\mathfrak{U}_{i(n)}A_{i(n)}-E\right|\\&\quad\leqq|A_{i(n)}|O(|\eta_{i(n)}\mathfrak{W}||\mathfrak{U}_{i(n)}|)+o(\eta_{i(n)})=o(\eta_{i(n)}).\end{aligned}$$

結局 Fundamental theorem ハ正シカッタノデスガ群ノ「定義微分方程式」ガ Lie ノ理論トノ analogy ヲ示ス式ノモノニナッテ了ヒマシタ。

II. 群 $\mathfrak{G}$ ノ E ニ於ケル differentiability ヲ定義シマシタガ E ヲ $\mathfrak{G}$ ノ任意ノ element A デヲキカヘテ A ニ於ケル differentiability ヲ定義デキマス。Topological group $\mathfrak{G}$ ハ homogeneous (ソノ parameter group

デ $\mathfrak{G}$ ヲ $\mathfrak{G}$ 自身ニ einfach transitive ニ変換デキル）ダカラ

<u>$\mathfrak{G}$ハ至ル所微分可能カ又ハ至ル所微分不可能</u>

デアリマス。又 $\mathfrak{G}$ ガ微分可能ノ充分條件トシテ環 $\mathfrak{R}$ ノ "local kompactheit" ヲ擧ゲルコトガ出來マス。何者 $\dfrac{A_i - E}{C|A_i - E|}$, $C>0$, ガ C ヲ充分大キクトルト compact ニナルカラ。

Neumann ノ matrix group ノ議論ハコノ local compact ナ場合デアリマス。斯カル充分條件ヲ $\mathfrak{G}$ ノミノ topological ナ條件デ得ラレルト面白イノデスガ未ダ何モワカリマセン。

III. 三村征雄氏ニ伺ッテワカッタ事デスガ，南雲氏ノ定理(203)ニヨレバ

Linear metric space $\mathfrak{L}$ (Banach space) ノ Bounded transformation T ノ全体 $\mathfrak{R}$ ハ

$$|T| = \frac{|Tx|}{|x|}, \quad x \in \mathfrak{L}$$

ニヨッテ metrical complete ring デスカラ斯カル T ノ one-parameter continuous group $T_t T_s = T_{t+s}$ ハ $\exp. tU$, $U \in \mathfrak{R}$ ノ形ニ書ケマス。之レト似タ有名ナ Stone ノ定理ガアリマス。之レニヨレバ Hilbert space $\mathfrak{H}$ ノ U－交換ノ one-parameter

continuous group $U_tU_s = U_{t+s}$ ハ或 Hypermaxi-
mal hermition operator H（必ズシモ bounded
デナイ）ニヨッテ $U_t = exp.(itH)$ ト書ケマス。此ノ相
異ハ連續性ノ異ルノニ原因シマス。即チ南雲氏ノ場合ニハ
metric $|\quad|$ ノ意味デ T_t ガ t ニツキ continuous,
Stone ノ場合ハ (U_tf, g)，ガ各 $f, g \in \mathfrak{H}$ ニ對シ t
ニツキ continuous ダカラデス。斯クテ南雲氏ノ定理ト
Stone ノ定理ノ間ニ gap ガアリマス。之 gap ヲウメル
コトハ相當難シイガ重要ナコトト思ハレマス。

IV. 距離ヅケラレタ環 $\mathfrak{R}$ ノ定義ニ於ケル $\mathfrak{R}$ ノ Opera-
torbereich ヲ実数トシマシタガ之レヲ complex number
ニシテヨロシイ。但シ $\mathfrak{T}$ ガ一次集合或ハ $\mathfrak{T}$ デノ一次独立
ト云フトキノ係数ハ実数トスルコトニシテ。