277. 一階常微分方程式ノ特異点ニ就テ, V.

福 原 満 洲 雄 (北大)

§1. 前回ト同様ニ

$$\text{(A)} \qquad x\frac{dy}{dx} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}$$

ニ於テ P, Q ハ共通ナ因子ヲ含マナイ整多項式デソレヲ x, y ノ昇冪ノ順ニ整頓シテ書イタモノデ

$$P(x, y) = a_0(x) + a_1(x)y + \cdots\cdots + a_p(x)y^p$$

$$Q(x, y) = b_0(x) + b_1(x)y + \cdots\cdots + b_q(x)y^q$$

$$a_j(x) = a_j x^{m_j} + \cdots\cdots\cdots$$

$$b_k(x) = b_k x^{n_k} + \cdots\cdots\cdots$$

トスル。今度ハ μ ガ P-order デアルガ Q-order デモ, R-order デモナイ場合ヲ考ヘル、従ッテ

$$m_j - j\mu \qquad (j = 0, 1, \cdots\cdots, p)$$

ノ中ニ最小ノモノガ二ッ又ハソレ以上アル、ソノ一ツヲ $m_\alpha - \alpha\mu$ デ表ハス。

$$n_k - (k+1)\mu \qquad (j = 0, 1, \cdots\cdots, q)$$

ノ中ニハ最小ノモノガ唯一ッデ, ソレヲ $n_\beta - (\beta+1)\mu$ トシ

タ時

(1) $n_\beta-(\beta+1)\mu<m_\alpha-\alpha\mu$

デアル。故ニ若シ $\mu=0$ ナラバ (A)ノ右辺ハ x ヲ因子ニ含ミ，$x=0$ ハ眞性超越点トナラナイ。依ッテ $\mu\neq0$ ノ場合ダケヲ考ヘル。

§2. $y=x^{-\mu}z$ ト置ケバ z ガ満足スル方程式ハ

$$(\mathrm{B})\qquad x\frac{dz}{dx}=x^{\mu}\frac{P(x,x^{-\mu}z)}{Q(x,x^{-\mu}z)}+\mu z$$

トナリ、ε ヲ充分ニ小サナ正ノ数トシタトキ

$$x^{\varepsilon}\leqq|z|\leqq x^{-\varepsilon}$$

ニ於ケル (B) ノ右辺ノ主部ハ μz デアル、故ニ (B) ト

$$x\frac{dz}{dx}=\mu z$$

ト比較シ (A) ニ戻レバ，x ガ充分ニ小サイトキ

(2) $x^{-\mu+\varepsilon}\leqq|y|\leqq x^{-\mu+\varepsilon}$

ナル範囲ニ於テ

$$|y_0|\left(\frac{x}{x_0}\right)^{\varepsilon}\leqq|y|\leqq|y_0|\left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\varepsilon}$$

ヲ得ル。故ニ初期條件 (x_0,y_0) ガ (2) ヲ満足スルナラバ $x\longrightarrow+0$ ノトキ μ ガ正カ負カニ依ッテ或所デ $|y|=x^{-\mu+\varepsilon}$ トナルカ $|y|=x^{-\mu-\varepsilon}$ トナル。

§3. 以上ノ結果カラ推シテ $-\mu-\varepsilon<\rho<-\mu+\varepsilon$ ナル $\rho(\neq\mu)$ ニ對シテハ $\mu>0$ ナラバ A型，$\mu<0$ ナラバ A'型デ

ナケレバナラナイ。此ノ事實ハ前回ノ結果ト完全ニ一致シテキル。前回ノ記号 σ, μ, ρ ヲソノマヽ保存シ、今回ノ μ ヲ ρ_0 ト書クコトニスレバ $\rho_0>0$ ナラバ, ρ_0 ノ近傍ノ ρ ニ對シテハA型デナケレバナラナイ。又 $\rho_0<0$ ナラバ其ノ近傍ノ ρ ニ對シテハA'型デナケレバナラナイ。実際ニ前回ノ表ニ於テA型ノ場合ハ $\rho>0$ デA'型ノ場合ハ $\rho<0$ デアル。(第五, 第八ノ場合ハ明カデアルが, 第一, 第三ノ場合モ $\sigma>0$, $\mu\leqq 0$, $\mu+\sigma-\rho>0$ カラ $\rho>0$ ヲ得ル). 結局, 粗雑ナ言ヒ方ヲスルナラバ, Q-order デモ R-order デモナイ P-order ノ存在ハ大勢ニ影響がナイ。