# 273. 卵形線ノ一定理

松村 宗治（台北大）

（定理） 對点デ擬似二重法線ヲ有セバ楕円ナリ。

（証明） $\mathfrak{x}, \bar{\mathfrak{x}}$ ハ對点トシ（Blaschke, II ヲ用ユ）

(1) $\quad (\mathfrak{x}'\mathfrak{x}'')=1, \quad K\mathfrak{x}'(s)+\mathfrak{x}'''(s)=0$

トオキ得。 $s$ ハ Affinbogen, $K$ ハ Affinkrümmung デアル。假定ニヨリ

(2) $\quad \bar{\mathfrak{x}}-\mathfrak{x}=\alpha\cdot\mathfrak{x}''=-\bar{\alpha}\,\bar{\mathfrak{x}}''.$

$\bar{\mathfrak{x}}, \mathfrak{x}$ ニ於ケル Affinevoluten $\mathfrak{y}$ ハ一致スル故ニ

(3) $\quad \mathfrak{y}=\mathfrak{x}+\frac{1}{K}\mathfrak{x}''=\bar{\mathfrak{y}}=\bar{\mathfrak{x}}+\frac{1}{\bar{K}}\bar{\mathfrak{x}}''$

且ツ

(4) $$\mathfrak{y}'=\left(\frac{1}{K}\right)'\mathfrak{x}''=\bar{\mathfrak{y}}'\frac{d\bar{s}}{ds}=\left(\frac{1}{\bar{K}}\right)'\bar{\mathfrak{x}}''\frac{d\bar{s}}{ds}$$

又 (2), (1) ヨリ

(5) $$\frac{d\bar{\mathfrak{x}}}{ds}-\mathfrak{x}'=\alpha\mathfrak{x}'''+\alpha'\mathfrak{x}''=-\alpha K\mathfrak{x}'+\alpha'\mathfrak{x}''$$

而シテ $\mathfrak{x}' \parallel \dfrac{d\bar{\mathfrak{x}}}{ds}$ ナル故 $\alpha'=0$, $\alpha=\mathrm{const}=\bar{\alpha}$ ナリ。

(5) ヨリ

(6) $$\begin{cases} (\alpha K-1)\,\mathfrak{x}'=-\dfrac{d\bar{\mathfrak{x}}}{ds}=-\bar{\mathfrak{x}}'\dfrac{d\bar{s}}{ds}, \\ \alpha=\bar{\alpha}=\mathrm{const}. \end{cases}$$

(1), (4) ヨリ

$$(\alpha K-1)\left(\frac{1}{K}\right)'=-\left(\frac{1}{\bar{K}}\right)'\bar{s}'^2$$

(6) ヨリ (2) ヲ用ヒテ

$$\alpha K' \varphi' + (\alpha K - 1)\varphi'' = -\bar{\varphi}''\bar{s}'^2 - \bar{\varphi}'\bar{s}''$$

$$= \varphi''\bar{s}'^2 + \frac{\bar{s}''}{\bar{s}'}(\alpha K - 1)\varphi'$$

故ニ

$$\frac{d\log(\alpha K-1)}{ds} = \frac{d\log\bar{s}'}{ds}, \quad \alpha K - 1 = \bar{s}'^2$$

$$\alpha K - 1 = c\bar{s}', \quad \bar{s}' = c \qquad (c = const)$$

又閉ナル條件トシテ

$$c = \frac{d\bar{s}}{ds} = \frac{ds}{d\bar{s}} = \frac{1}{c}$$

$$\therefore \quad \bar{s}' = c = 1, \quad \alpha K = 2 = \alpha\bar{K}$$

$$\therefore \quad K = \bar{K} = \frac{2}{\alpha} = const.$$ 即チ証明完了。