219. 個体領域ノ個数條件ニ就テ. III.

平野次郎 (阪大)

前回ニ於テ與ヘラレタ二ノ式ハ次ノ一般化サレタ式ノ特殊ノ場合トナル。

$$(m^x)\Big(\mathop{D}_{i=1}^{n}(x=a_i)\vee A(x)\Big)$$

$$\sim (m^x)A(x)$$

$$\vee\Big\{\mathop{D}_{i=1}^{n}\bar{A}(a_i)\,\&\,({m+1}^{x})A(x)\Big\}$$

- -

$$\vee\Big\{\mathop{D}_{n_1,\dots,n_r}^{1.n}\Big(\mathop{K}_{i=1}^{r}\bar{A}(a_{n_i})\,\&\,\mathop{K}_{i,j}^{1.r}(a_{n_i}\neq a_{n_j})\Big)\,\&\,({m+r}^{x})A(x)\Big\}$$

- -

$$\vee\Big\{\mathop{K}_{i=1}^{n}\bar{A}(a_i)\,\&\,\mathop{K}_{i,j}^{1.n}(a_i\neq a_j)\,\&\,({m+n}^{x})A(x)\Big\}$$

コヽニDハ *Disjunktion* ヲ, Kハ *Konjunktion* ヲ表ハスモノトスル. 前回ニ於イテハ Π, Σ ト書イタガ之ハ訂正スル。

$m=1$ ノトキガ前回ノ定理デアリ、$n=1$ ノトキガ *Lemma* 2デアル。即チ前回ノ場合ハ之ノ *special case* ニ過ギナイ。

証明: m ヲ *fest* ナモノト考ヘル, *Lemma* 2ニヨリ $n=1$ デ成立スルコトハ明カナル故, n デ成立スルモ

ノト假定シ，$n+1$ デ又成リ立ツコトヲ云ヘバヨイ。

$$(mx)\left(\operatorname*{D}_{i=1}^{n+1}(x=a_i)\vee A(x)\right)\sim(mx)\left(\operatorname*{D}_{i=1}^{n}(x=a_i)\vee\mathfrak{A}(x)\right)$$

ココニ　$\mathfrak{A}(x):\ x=a_{n+1}\vee A(x)$

n ノトキ成立スルトイフ假定ヨリ

$$(mx)\mathfrak{A}(x)\sim F_m(a_{n+1},A)$$

$$\sim(mx)A(x)\vee\{\bar{A}(a_{n+1})\,\&\,(m+1x)A(x)\}$$

$$\rightarrow(mx)A(x)\vee\left\{\operatorname*{D}_{i=1}^{n+1}\bar{A}(a_i)\,\&\,(m+1x)A(x)\right\}$$

一般ニ

$$\operatorname*{D}_{n_1,\cdots n_r}^{1.n}\left\{\operatorname*{K}_{i=1}^{r}\bar{\mathfrak{A}}(a_{n_i})\,\&\operatorname*{K}_{i,j}^{1.r}(a_{n_i}\neq a_{n_j})\right\}\&\,(m+rx)\,\mathfrak{A}(x)$$

$$\sim\operatorname*{D}_{n_1,\cdots,n_r}^{1.n}\left\{\operatorname*{K}_{i=1}^{r}\bar{A}(a_{n_i})\,\&\operatorname*{K}_{i,j}^{1.r}(a_{n_i}\neq a_{n_j})\,\&\operatorname*{K}_{i=1}^{r}(a_{n_i}\neq a_{n+1})\right\}$$

$$\&\,F_{m+r}(a_{n+1},A)$$

$$\sim\operatorname*{D}_{n_1,\cdots,n_r}^{1.n}\left\{\qquad〃\qquad\right\}\&\,(m+rx)A(x)\vee\{\bar{A}(a_{n+1})$$

$$\&\,(m+r+1x)A(x)\}$$

コヽデ

$$\operatorname*{K}_{i=1}^{r}\bar{A}(a_{n_i})\,\&\operatorname*{K}_{i,j}^{1.r}(a_{n_i}\neq a_{n_j})\ ヲ\ H_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};A)$$

デ表ハセバ上ノ式ハ

$$\sim\left[\overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}}\left\{\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,\overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{K}}}(a_{n_i}\neq a_{n+1})\right\}\right.$$
$$\left.\&\,(m+r\,x)\,\mathrm{A}(x)\right]$$

$$\vee\left[\overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}}\left\{\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,\overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{K}}}(a_{n_i}+a_{n+1})\right\}\right.$$
$$\left.\&\,\bar{\mathrm{A}}(a_{n+1})\,\&\,(m+r+1\,x)\,\mathrm{A}(x)\right]$$

$$\sim \mathbb{A}_1 \vee \mathbb{A}_2$$

コヽデ，$\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,\overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{K}}}(a_{n_i}\neq a_{n+1})$
$$\longrightarrow \mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})$$

ヨリ

$$\mathbb{A}_1 \longrightarrow \overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}}\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,(m+r\,x)\,\mathrm{A}(x)$$

$$\longrightarrow \overset{1,n+1}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}}\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,(m+r\,x)\,\mathrm{A}(x)$$

$$\mathbb{A}_2 \sim \overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}}\left\{\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,\overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{K}}}(a_{n_i}\neq a_{n+1})\right.$$
$$\left.\&\,\bar{\mathrm{A}}(a_{n+1})\right\}\&\,(m+r+1\,x)\,\mathrm{A}(x)$$

$$\mathbb{A}_2 \longrightarrow \overset{1,n+1}{\underset{n_1,\cdots,n_{r+1}}{\mathrm{D}}}\mathrm{H}_{r+1}(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_{r+1}};\mathrm{A})\,\&\,(m+r+1\,x)\,\mathrm{A}(x)$$

之レヨリ容易ニ

$$\mathbb{A}_1\vee\mathbb{A}_2 \longrightarrow \left[\overset{1,n+1}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}}\mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};\mathrm{A})\,\&\,(m+r\,x)\,\mathrm{A}(x)\right]$$

$$\vee\left[\overset{1,n+1}{\underset{n_1,\cdots,n_{r+1}}{\mathrm{D}}}\mathrm{H}_{r+1}(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_{r+1}};\mathrm{A})\right.$$

$$\& (m+r+1\,x) A(x) \Big]$$

故ニ，$n+1$ デ左辺ヨリ右辺ガ ableitbar デアル、従ッテ $\sim$ ノ代リニ $\longrightarrow$ トセル式ガ成リ立ツコトガ証明サレタ。

次ニ，コノ逆即チ右辺ヨリ左辺ガ ableiten 出來ルコトヲ証明スル。

$$(m+r\,x) A(x) \longrightarrow (m\,x)\Big(\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_{n_i}) \vee A(x)\Big)$$
$$\vee \overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}} A(a_{n_i}) \vee \overset{1,r}{\underset{i,j}{\mathrm{D}}}(a_{n_i}=a_{n_j})$$

$$\overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_{n_i}) \vee A(x) \longrightarrow \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_i) \vee A(x)$$

ナルコトヨリ

$$(m\,x)\Big(\overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_{n_i}) \vee A(x)\Big) \rightarrow (m\,x)\Big(\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_i) \vee A(x)\Big)$$

故ニ

$$(m+r\,x) A(x) \longrightarrow (m\,x)\Big(\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_i) \vee A(x)\Big)$$
$$\vee \overset{r}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}} A(a_{n_i}) \vee \overset{1,r}{\underset{i,j}{\mathrm{D}}}(a_{n_i}=a_{n_j})$$

従ッテ $(m+r\,x) A(x) \rightarrow (m\,x)\Big(\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_i) \vee A(x)\Big)$

$$\vee \overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{K}}} \overline{\mathrm{H}}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};A)$$

之レヨリ

$$\overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}} \mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};A) \,\&\, (m+r\,x) A(x)$$
$$\longrightarrow \overset{1,n}{\underset{n_1,\cdots,n_r}{\mathrm{D}}} \mathrm{H}_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};A) \,\&\, (m\,x)\Big(\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{D}}}(x=a_i) \vee A(x)\Big)$$

$$\overline{\vee \mathop{\mathrm{D}}_{n_1,\cdots,n_r}^{1,n} H_r(a_{n_1},\cdots\cdots,a_{n_r};A)}$$

之レヨリ容易ニ

$$\longrightarrow (mx)\Big(\mathop{\mathrm{D}}_{i=1}^{n}(x=a_i)\vee A(x)\Big)$$

各 *Disjunktionsglied* ヨリ

$$(mx)\Big(\mathop{\mathrm{D}}_{i=1}^{n}(x=a_i)\vee A(x)\Big)$$

ガ *folgen* スル故，コノ *Disjunktion* ヨリ後者ハ *folgen* スル。

之レデ右辺ヨリ左辺ガ *ableiten* サレルコトガ証明サレタ．

従ッテ、コノ *Äquivalenz* ハ成立スル。　Q.E.D.

Formelvariable A = *Nennform* $A(s)\,\&\,\bar{A}(s)$ ヲ代入スルトキハ *Äquivalenz* ハ次ノ如ク変形サレル。

$$(mx)\Big(\mathop{\mathrm{D}}_{i=1}^{n}(x=a_i)\Big)$$

$$\sim (x_{m+1}y)(x=y)$$

$$\vee\Big\{\mathop{\mathrm{D}}_{n_1,\cdots,n_r}^{1,n}\Big(\mathop{\mathrm{K}}_{i\neq j}^{1,r}(a_{n_i}\neq a_{n_j})\Big)\,\&\,(x_{m+r}y)(x=y)\Big\}$$

$$\vee\Big\{\mathop{\mathrm{K}}_{i,j}^{1,n}(a_i\neq a_j)\,\&\,(x_{m+n}y)(x=y)\Big\}$$

之レヨリ

$$(mx)\left(\mathop{\mathrm{D}}_{i=1}^{n}(x=a_i)\right) \,\&\, \mathop{\mathrm{K}}_{i\neq j}^{1,n}(a_i \neq a_j)$$

$$\sim (x_{m+n}\,y)(x=y) \,\&\, \mathop{\mathrm{K}}_{i\neq j}^{1,n}(a_i \neq a_j)$$

上ノ Formeln ニヨルトキハ, erweiterten einstelligen Prädikatenkalkul ニ於テ任意ノ Formeln ヲ Primärformeln ヘ Zerlegen スル場合, Kernansdrücke ノ前ニ Allzeichen ノ若シクハ Seinszeichen ノ数ガ m 個アル場合ニハ逐次ニ Primärformeln ニ変換スル以前ノ方法ヲ m 個ノ同時的操作ニ拡張スルコトガ出来ルノデアル。

Zerlegung ノ結果ハ同ジデアラウガ, Methode トシテ, コノ方ガ普偏的性質ヲ持ッテヰルト考ヘラレル。