187. Picard-Vessiot ノ理論ニ就テ III

吉田 耕作 (阪大)

前論 180 ニ於テ豫想シタ (P.14)

がろあ群 G ノ algebraic ナ subgroup $\overline{G}$ ニ對シテ

$$\overline{\overline{G}}(\overline{R}(\overline{G}))=\overline{G}$$

ノ證明ヲ次ノ如クシタラヨカラウト思ヒマス。彼處デノベタ如ク

$$\overline{G}\subseteq\overline{\overline{G}},\quad \overline{G}\neq\overline{\overline{G}},\quad \overline{R}(\overline{G})=\overline{R}(\overline{\overline{G}})$$

カラ矛盾ガ云ヘレバヨイ。

先ヅ例ノ如ク Schreier ノ基本定理ヲ用ヒテ上カラ

$$k=\dim\overline{G}<\dim\overline{\overline{G}}=l$$

ヨツテ algebraic ナ $\overline{G}$, $\overline{\overline{G}}$ ノ一般ノ變換 $\overline{g}$, $\overline{\overline{g}}$ ヲ施シタトキ

$$\overline{g}\cdot\alpha=\alpha(a_1,a_2,\cdots\cdots,a_k)$$
$$\neq\alpha(a_1,a_2,\cdots\cdots,a_l)=\overline{\overline{g}}\cdot\alpha$$

ナル如キ $\alpha\in R(y)$ ガ少クトモ一ツ存在シナケレバナラナイ。但シ上式ニ於テ α ハ其ノ一ツノ expression ニ於テトツタモノトシ又 a ハ變換ノ parameter トスル。

$\overline{g}\cdot\alpha$ 及ビ其ノ幾ツカノ derivative ヨリ algebraic

ノ parameter a ヲ algebraic ナ operation デ eliminate スルコトニヨリ $\overline{G}$ ノ invariant 即チ $\overline{R}$ ノ element ヲ係数トスル代数的微分方程式ヲ得ル。之ノ general solution ハ $\overline{g}\cdot\alpha$ ニシテ $\overline{\overline{g}}\cdot\alpha$ ハ全テハコノ equation ヲ満足シナイ。一方ニ於テ Automorphism $\overline{\overline{G}}$ ニヨツテ $\overline{R}(\overline{G})$ ガ invariant ナラバ $\overline{\overline{g}}\cdot\alpha$ ハコノ equation ヲ満足シナケレバナラナイ。之レハ矛盾デアル。以上

モツト exact ニヤラナケレバナラナイコトデセウガ大体ノ方針デス。

以上ノ所論（I, II, III）ガ誤リナケレバ Picard-Vessiot ノ理論ガ Algebra ニ於ケル Galois ノ理論ト全ク同ジ style ヲソナヘタワケニナルト思ヒマス。