166. 常微分方程式ノ解ノ單獨條件ニ就テ, II

福原満洲雄(北大)

前回ニ擧ゲタ例ハ余リ面白クナイカラ, モーツ異ツタ條件ヲ次ニ述ベヨウ。

「常微分方程式

(1) $$\frac{dy}{dx}=f(x,y)$$

ノ右辺ガ x_0, y_0 ノ近傍デ連続デ 0 ニ等シクナク，且

$$|f(x,y_1)-f(x,y_2)|<|F(y_1)-F(y_2)|$$

デアルヤウナ連続ナ増加函數 $F(y)$ ガ存在スレバ $y(x_0)=y_0$ ヲ満足スル (1) ノ解ハ唯一ツデアル」

證明ハ，比較定理ヲ利用スルコトニヨリ

(2) $$\frac{dy}{dx}=F(y)+h(x)$$

ニ於テ $F(y)$ ガ *à variation bornée*，$h(x)$ ガ連続ナラバ $y(x_0)=y_0$ ヲ満足スル解ガ唯一ツデアルコトヲ示セバヨイ。簡單ナ変換デ

(3) $F(y)>1,\quad h(x)>0$

トスルコトハ容易デアル。故ニ (3) ヲ假定シテ $y(x_0)=y_0$ ヲ満足スル (2) ノ解ガ唯一ツデアルコトヲ示セバヨイ。$F(y)$ ヲ二ツノ増加函數ノ差トシテ表ハスコトガ出來ルカラ，$F(y)=F_1(y)-F_2(y)$ ニ於テ $F_1(y)$, $F_2(y)$ ハ共ニ増加函數デ $F_2(y_0)=0$ トスル。

$$\eta=\int_{y_0}^{y}e^{-F_1(y)}dy$$

ト置キ η ガ満足スル方程式ヲ

$$\frac{d\eta}{dx}=\Phi(x,\eta)$$

ト書ケバ

$$\Psi(x,\eta)=e^{-F_1(y)}\left\{F(y)+h(x)\right\}$$

トナル、コレガyノ減少函数デアルコトハ容易ニ確メラレル。$\dfrac{d\eta}{dy}>0$デアルカラ，$\Psi(x,\eta)$ハηノ減少函数デアル、コレデ証明ハ終ル。