150. 表面論ニツイテノ一定理

松村 宗治 (台北大)

(定理) 二ツノ相異ナル無限小移変ガ一ツノ表面ニ存在シテソレニヨリテ一ツ而シテ同一ノ共軛曲線網ガ共軛ヲ保存サルルナラバ同一ノ性質ヲ有スル無限小移変ノ eine lineare Schar ガ存在スル。

(証明) 一ツノ表面 $\mathfrak{x}(u,v)$ ノ Konjugiertes Kurvennetz (u,v) ガ $\mathfrak{x}$ ノ infinitesimaler Verbiegung ニヨッテ共軛ガ保存サルルタメノ必要ニシテ充分ナル條件ハ $\mathfrak{x}$ ノ u-v-Netz ガ Drehrisgfläche $\mathfrak{y}(u,v)$ 上ニ Asymptotenlinien ガ對應スルコトデアルコトハスデニ分ッテイル。ソレ故ニ吾々ノ定理ノ假定ニヨリ $\mathfrak{x}(u,v)$ ト平行切平面ガ對應スル所ノ二ツノ Drehrisgflächen $\mathfrak{y}(u,v)$, $\overline{\mathfrak{y}}(u,v)$ ガ存在シテ $\mathfrak{x}$ ノ一ツ且ツ同一ノ konjugierten u-v-Netz ガ常ニ $\mathfrak{y}$ 及ビ $\overline{\mathfrak{y}}$ ノ Asymptotenlinien ノ Netz ニ對應スル. 今 L, M, N; l, m, n; $\overline{l}, \overline{m}, \overline{n}$ ヲ以テ夫レ夫レ $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \overline{\mathfrak{y}}$ ノ第二階基本量トセバ

(1) $M = l = n = \overline{l} = \overline{n} = 0$

トナル。$\mathfrak{x}$ =関スル Relativ-Minimalfläche ナルベキ $\mathfrak{y}$ ノ性質ニヨリ次ノ式ヲ得。

$$(2)\quad \begin{cases} \mathfrak{y}_u = \beta\,\mathfrak{x}_v, & \mathfrak{y}_v = \gamma\,\mathfrak{x}_u, \\ \overline{\mathfrak{y}}_u = \overline{\beta}\,\mathfrak{x}_v, & \overline{\mathfrak{y}}_v = \overline{\gamma}\,\mathfrak{x}_u. \end{cases}$$

サテ $\mathfrak{y}^* = \mathfrak{y} + t\,\overline{\mathfrak{y}}$ トオケバ

$$\mathfrak{y}^*_u = (\beta + t\overline{\beta})\,\mathfrak{x}_v = \beta^*\,\mathfrak{x}_v,$$
$$\mathfrak{y}^*_v = (\gamma + t\overline{\gamma})\,\mathfrak{x}_v = \gamma^*\,\mathfrak{x}_u.$$

$\mathfrak{y}^*$ ハマタ $\mathfrak{x}$ =関スル Relativ-Minimalfläche デ且ツ Einheitvektor ξ =垂直ナリ、而シテ

$$\mathfrak{y}^*_{uu}\,\xi = l + t\,\overline{l} = l^* = 0,$$
$$\mathfrak{y}^*_{vv}\,\xi = \kappa + t\,\overline{\kappa} = \kappa^* = 0.$$

ソレ故ニ曲線 (u, v) ハ $\mathfrak{y}^*$ 上ニ Asymptotenlinien デアル。ソレデ最初ニノベタ定理ハ証明セラレタコトニナル。