

85. 或組合セハ函数方程式ニ就テ

北川 敏男 (阪大)

Karl Rother が Monatschrift für Mathematik und Physik, 40(1933)ニ於テ

函数方程式

$$(I) \quad f(f(x, y, \alpha_1), f(x, y, \alpha_2), \beta) = f(x, y, A(\alpha_1, \alpha_2, \beta))$$

ヲ論ジテキル。氏ハ、 $f(x, y, \alpha)$, $A(\alpha_1, \alpha_2, \beta)$ が各変數ニツイテ二回迄微分可能ナ函数トシ $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \beta \leq 1$ 且ツ Randbedingungen トルテ

$$f(x, y, 1) = x, \quad f(x, y, 0) = y$$

ヲ假定シテキル。然ルトキ氏ノ結果ニ依レバ (I) ヲミタス f , A ハ必然的ニ

$$f(x, y, \alpha) = \omega^{-1} [\omega(x)\varphi(\alpha) + \omega(y)(1 - \varphi(\alpha))]$$

$$(II) \quad A(\alpha_1, \alpha_2, \beta) = \varphi^{-1} [\varphi(\alpha_1)\varphi(\beta) + \varphi(\alpha_2)(1 - \varphi(\beta))]$$

ノ形ニ表ハサレル。茲ニ $\omega(x)$, $\varphi(\alpha)$ ($0 \leq \alpha \leq 1$) ハ、純單調ナソシテ二回迄微分可能ナ函数デアリ $\varphi(\alpha)$ ハ更ニ $\varphi(0) = 0$, $\varphi(1) = 1$ ヲミタス。

逆ニ $\omega(x)$, $\varphi(\alpha)$ がコノ條件ヲミタストキ、函数方程式 (I) ノ成立スルコトハ明カデアアル。

コトニ筆者ノ提出スル問題ハ (I) がモット緩イ條件、具體的ニ言ハバ、函数 f , A 関シテ連続性又ハ單調性ガケノ

假定カラコレが解ケテ (II) ナル結果ニ到達シ得ナイデアロウ
カトイフコトデアル。

(I) = ハ未知函数 f ト A トガアルケレドモ、ソレハ簡單ナ変
換ニ由ツテ結局

(III) $A(A(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1), A(\alpha_1, \alpha_2, \beta), \gamma) = A(\alpha_1, \alpha_2, A(\beta_1, \beta_2, \gamma))$
= 移リ得ル。更ニ注意スベキハ (II) = 由ツテ

$f(x, y, \alpha)$ ハ x ト y ト、*weighted mean* デアル
コトデアル。筆者ハ、一次元ノ連続群ヘウマク *transform*
サレハシマイカト思ツテキルケレド、何等ノ結果モ得テ居ラ
ナイ。若シ御高教ヲ得ルナラバ幸甚ノ至リデアル。

—— (1935, 2, 2) ——