

82. Montel 式收斂ヲ特徴ヅケル函數空間ノ距離付ケニ就テ

南雲道夫 (阪大)

三村氏が紙上談話會 26 号ヲ參考ナレタ定理即チ『開領域 G ナ定義ナレタ連続函數 $f(x)$: 集合ニ對シテ, Montel 式收斂 (G 内ノ任意ノ閉集合ニ一様ニ收斂スレコト)ヲ特徴ヅケル様ナ距離ヲバ, $f(x)$ ノ相互ノ間ニ定義スレコトガ出來レ』ト云フ事ノ初等的ナ証明 (具體的ナ距離付ケ) ガ次ノ様ニスレバ出來マセウ。

I) $f(x)$ ノ取レ値 U ノ全領域 ($\{f(x)\}$ 全部ニツイテ)ヲ U トシマス。然ラバ, G ナ有界ナ領域 G^* =, U ナ有界ナ領域 U^* = *topologisch* = 寫像スレコトニヨリ,

$$U = f(x) \text{ ガ } U^* = f^*(x^*)$$

ニ変換サレマス。此ノ変換ニヨリ Montel 式收斂ハ不変ナ事 ハ明ラカデセウ。故ニ我々ハ始メカラ $G \in U$ 有界ナト假定シテモヨイデセウ。從ツテ $\rho_U(f_1(x), f_2(x))$ ハ一様有界トナリマス。 ($\rho_U(u_1, u_2)$ ハ U = 於ケル距離)

II) 次ニ G ノ Rand ヲ R トシ、 R ガラ点 x = 至ル距離 (最小距離) ヲ $\rho(x)$ トスレバ; $\rho(x)$ ハ $G+R$ ナ連続, G 内ニハ $\rho(x) > 0$, R ナハ $\rho(x) = 0$ トナリマス。

ソコニ $\{f(x)\}$ = 於ケル距離 $\rho_f(f_1, f_2)$ ヲバ

$$\rho_f(f_1, f_2) = \max_{x \in G} \left[\rho_U(f_1(x), f_2(x)) \cdot \rho(x) \right]$$

ヲ定義スレバ, 之ガ求ムル距離付ケトナルデセウ。(以上)

—— (一月十九日) ——