

## 38. 三ツノ問題

市原哲治 (=高)

(I) 単葉函数 = 関スル有名 + 定理 ガアル。

モシ  $f(x) = \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  が  $0 < |x| < 1$  テ正則単葉  
 トラバ 不等式  $\sum_{n=1}^{\infty} n |a_n|^2 \leq 1$  が成立スル。

今コレヲ多葉函数 = 擴張スレバ = 次ノヤウ = ナル。

モシ  $f(x) = \frac{1}{x^k} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  が  $0 < |x| < 1$  テ正則  $k$  葉  
 トラバ 不等式  $\sum_{n=k}^{\infty} n |a_n|^2 \leq k$  が成立スル。コレハ容易 = 証明スルコト  
 ガテナル。更 = コレヲ擴張シテ  $0 < |x| < 1$  = 於テ正則  $k$  葉ナル函数

$$f(x) = \frac{\beta_k}{x^k} + \frac{\beta_{k-1}}{x^{k-1}} + \dots + \frac{\beta_1}{x} + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_k x^k + \dots$$

ヲトレバ 係数間 = 如何ナル不等式 ガ成立スルテアロウカ。コレハ前ノ問  
 題 = クラベテ仲ハ容易テハナイ。諸君ノ御教示ヲ得タイト思フナル。  
 又コレト類似シタル定理ヤツノ証明ノ記載シテアル論文 = 御氣付キ方ハ  
 御手数ナカテ御知ラセ下サイ。

(II) 方面違ヒコトナルガ  $0$  ト正数  $x$  トノ間 = アル素数ノ数ヲ  $\pi(x)$  ト  
 スレバ

$$\pi(x) > 0.918 \frac{x}{\log x} \quad (x \geq 5)$$

ナル關係ガアルコトハ 石川平八郎氏ノ御研究ヲ知ラレタコトナルガ  
 更 =  $x \geq 17$  トラバ

$$\pi(x) > \frac{x}{\log x}$$

トナルコトガ確カラシク思ハレル。少クトモ自分ノ計算 = 少シノ誤モナカニシトスレバ  
 $1000 > x > 17$  ノ範圍ニハ成立スルヤウ = 思ハレル。果シテ一般的 =  $x \geq 17$  ナル  
 スイテ實數 = ツイテ成立スルテアロウカ。コレモ証明ノ方法ガアレバ御教示ヲ  
 願ヒタイト存ジマス。 (9.27 受取)