18　閉曲面内ノ一定点ヨリ面ヘ下セル法線ノ數ニツイテ　5.

南雲道夫（阪大）

窪田教授ノ問題ヲ讀ンデ直グ思ヒツイタコトヲオ送リ致シマス。甚ダツマラヌモノデスガ御覧下サラバ幸甚ニ存ジマス。ナホ小生自身ノ問題モアリマスガソノ方ハソロソロ書イテソノ内ニオ送リ致ス考ヘデ居リマス。

紙上談話會ニ發表サレタ窪田教授ノ問題（或ハ尚ホ正確ニハ高須教授ノ問題ト云フベキデアロウ）ヲ面白ク拝見致シマシタ。然シ幾何學（殊ニ微分幾何學）ニ關シテ無智ナ私ハみんこうすきノ曲率表示トハドンナモノカ知リマセン。從ツテ残念ナガラ窪田教授ガ提出サレタ問題ニ對スル解答ヲ私ハ与ヘル事ガ出来マセン。

シカシナガラ紙上ノ証明ヲ拝見シマスト ソレハ曲率表示ナル表面ヘ定点ヨリ下セル法線ノ数ヲ用ヒラレテアリマス。私ハ次ニ之ヲ問題トシテ考ヘテ見ヨウ。但シソノ曲面ハ一般ノ滑ラカナ閉曲面トシテ、定点ノ代リニ、ソノ閉曲面ニ囲マレタ内部ノアル一点ヲ考ヘヨウ。

[結論]　(A) 閉曲面内ノ一定点ヨリ之ノ表面ニ下セル法線ノ数ハ少クトモ二ツアル。此数ハ一般ニハ二ヨリ大キク出来ナイ。

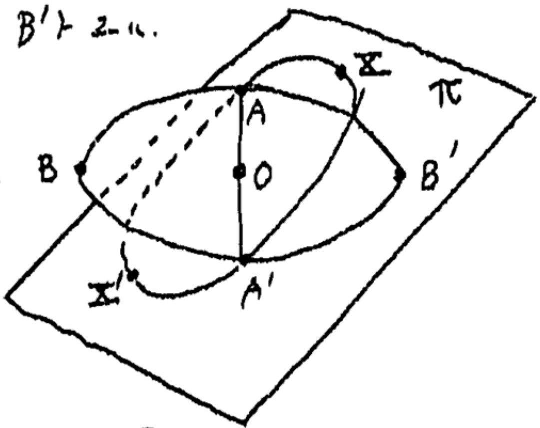
(B) 有心閉曲面ニ於テソノ中心ヨリ此表面ニ下セル法線ノ数ハ少クトモ六ツアル（但シソノ二ツヅツ一致シテ向キガ反対デアル 即チソノ法線ノ足ガ二ツヅツ中心ニ對シテ対稱デアル）

[証明]　(A) ノ証明ハ定点ヨリ表面上ニ至ル距離ノ最大ナ点及ビ最小ナル点ヲ考ヘレバヨイ。ソレガ二ツ以上存在セヌ例ハ、球面ヲ考ヘ定点ヲ球面内デ球ノ中心以外ノ点ニとレバヨイ。

(B) ノ証明ハ先ヅ中心ヨリ表面上ニ至ル距離ノ最大ナ点ト最小ナル点トヲ考ヘル。之等ハ少クトモ中心ニ對シテ対稱ニ一対ヅツ存在スル。今中心ヲ O，O ヨリ一番近イ表面上ノ点ヲ A, A'（A, A' ハ O ニツイテ対稱）

Oヨリ一番遠イ点ヲB, B'トスル.

図ヲ参照シテ下サイ.



A, A'ヲ通ル平面 π ト閉曲面トノ切口ヲ考ヘレバ, ソノ切口ハ閉曲線デアル. (論理的ニハ不充分ナ表現デスガ証明ノ筋道ハ差支ヘハナイデセウ) ソノ閉曲線ノ上デハOカラノ距離ハA, A'デ最短デス. 従ッテA, A'以外ニソノ閉曲線上デOカラノ距離ガ最大ナル点ガ少クトモ一対アリマス. ソレヲX, X'トシマス. (X, X'ハOニツイテ対称トス)

次ニ平面πヲバA, A'ヲ軸トシテ廻転サセマスト OXノ値ガ種々ニ変リマス. ソコデOXガ最小ニナル様ナ時ガ存在シマス. ソノトキノXX'ヲバC, C'トスレバ, OC及ビOC'ハ閉曲面ノ法線トナル事ガ証明出来マス. 先ヅ此際ノC, C'ハOXガ最小ニナル様ナモノデスカラ明カニB, B'以外ニ存在シマス. 又C, C'ハA, A'トモ一致セヌ事ハOXガ同一ノ切口デ最大トナル様ナモノデアリマスカラ明カデス. OCガ法線トナルコトハ又帰謬法カラ容易ニ証明出来マスカラ略シマス. 以上. (9.8.17受取)