3. 射影幾何學ノ體ノアウトモルフィズム

中村幸四郎 (東京文理大)

Classic ナ射影幾何デ直線上ニ基本点 $\infty\ 0\ 1$ ヲトッタトキ, 二点ノ和及ビ積ヲ六点図形 (Sechserwurf) デ定義スル方法ニヨッテ作ッタ geometrischer Körper ヲ $\mathfrak{K}$ トスルトキ

1). $\mathfrak{K}$ ノ可換性ト

2). Pascal-Pappus ノ定理ノ成立ト

3). 所謂 Fundamentalsatz der projektiven Geometrie ノ成立[1]

トハ äquivalent デアル. 以上ハ普通知ラレテ居ルコトデスガ, Körper $\mathfrak{K}$ ノ可換性ヲ假定セヌトキヲ問題ニシテ見ルト, Verknüpfungsaxiom ト Dimensionsaxiom ト「Geometrischer Körper ハ一般体デアル」ト云フ Körperaxiom トノミカラ次ノ様ナコトガ結論サレル.

先ヅ 1), 2), 3) ノ Äquivalenz カラ $\mathfrak{K}$ ガ nichtkommutativ ナルトキハ, 点列 ABCD.. ヲ ABC ヲ $\infty\ 0\ 1$ ニ対応セシメル Projektivität ニ於テ $ABCD \barwedge \infty 0 1 p$, $ABCD \barwedge \infty 0 1 p^{*}$ ナル異ル p, p^{*} ガ存在スル様ナモノガ少クモ exist スル 而テ両者ヲ引キ起ス Perspektivität ノ Kette ハ全クハ一致スルコトハ出来ナイ. 故ニコレヲ π_1, π_2 ト区別シテ考ヘルコトガ可能デアル. 今 $\pi_2\pi_1^{-1}$ ヲ考ヘルノニソレハ又一ツノ Perspektivität ノ Kette ダカラ一ツノ Projektivität デアル. 今コレヲ J トオケバ $\infty\ 0\ 1$ ヲ基本点トスル直線上ニ於テ

---

1). 点列 ABC ヲ点列 $\infty\ 0\ 1$ ニ A ヲ ∞, B ヲ 0, C ヲ 1 ニ対応スルゴトク projektiv ニ対応セシメルトキ第四点 D ノ Bild p ハ eindeutig ニ定マル, 換言スレバ $ABC \barwedge \infty 0 1$ ヲ定メル如何ナル Perspektivität ノ Kette ヲトルトモソノ Kette ノ如何ニ拘ハラズ $D \longleftrightarrow p$ トナル.

$$p^* = J(p).$$

二点ノ和、積ノ定義ガ六点図形(Sechserwurf)デナサレテヰルコトカラ J ハ $\mathfrak{K}$ ノ Automorphismus デアル。

今 $\mathfrak{K}$ ノ Zentrum ヲ $\mathfrak{Z}$ トスルトキ、$z \in \mathfrak{Z}$ トスレバ $z^* \in \mathfrak{Z}$ デアル。故ニ $J(\mathfrak{K})$ ハ $\mathfrak{Z}$ ダケノ Automorphismus ヲ引キ起ス、而テ $\mathfrak{Z}$ ハ kommutativ ダカラ 1) ト 3) トノ Äquivalenz カラ

$$z = J(z), \qquad z \in \mathfrak{Z}.$$

従テ J ハ Schiefkörper $\mathfrak{K}$ ノ Automorphismus デアッテ且ツ Zentrum ヲ invariant ナラシメルカラ従テ J ハ $\mathfrak{K}$ ノ一ツノ inner Automorphismus デアル[2]

故ニ $\mathfrak{K}$ ノ元 v ガ存在シテ $\quad p^* = vpv^{-1}$.

<u>定理</u>. $\mathfrak{K}$ ガ Schiefkörper ナルトキ, $\underline{ABCD} \barwedge \underline{\infty 0 1} p$ ノ第四点ノ Bild ヲ p, ソノ他ニ存在スル相異ナルモノヲ p^* トスルトキ

$$p^* = vpv^{-1}, \quad \text{但シ } v \in \mathfrak{K} \text{ ナル適当ノ元}$$

トシテ表ハサレル。

マダ解ケテナイコトハ (1°) v ヲ $\mathfrak{K}$ ノ任意ノ元トスルトキ inner Automorphismus $p^* = vpv^{-1}$ ニ対応スル p, p^* ヲモツ Projektivität ガ恒ニ存在スルカ否カ

(2°) 此ノ証明デ代数カラトッタ inner Automorphismus ノトコロガ幾何学的ニ始メカラ証明シタイコト。

Reidemeister[3] ノ Streckenverhältnis ノ理論ヨリイクラカ簡単デハナイデアラウカ

(1934. 6. 30、受取)

---

2). 正田: 抽象代数学 S. 317、van der Waerden: Moderne Algebra. Bd. 2. S. 2…

3). Reidemeister: Grundlagen der Geometrie.