

1 補間法 = 於ケル順序交換ノ問題

宇野利雄 (東京高等商船)
橋本喜治

函数 $f_n(x)$ ノ値ヲ x ノ整数値 $x=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ニテ与ヘ
シテヨリ作レル Stirling 補間級数カ收斂シ、且ソレ
ヨリ $f_n^*(x)$ ヲ表ハスモノトスル。其ルモノノ有限個ノ和

$$(1) F(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x)$$

ヲ与フルトモ、コレヲ直接補間セルモノト右邊ニヨリ項別ニ
補間シテ加ヘタルモノトハ等シイ。即チ

$$(2) F(x) = f_1^*(x) + f_2^*(x) + \dots + f_n^*(x)$$

ノ如クナル。

今若シ無限個ノ其ルモノノ和(勿論收斂ナリトスル)

$$(3) F(x) = f_1(x) + f_2(x) + \dots + f_n(x) + \dots$$

= ツキ同様ノ問題ヲ考フルナラバ如何ニナルカ。一例ヲ
以テ舉ゲル

$$\cos mx = 1 - \frac{m^2 x^2}{2!} + \frac{m^4 x^4}{4!} - \dots$$

x^n ヲ補間シテモノハ $x^n = 1$ 致スル故右邊各項ノ補
間ノ和ハ矢張り

$$1 - \frac{m^2 x^2}{2!} + \frac{m^4 x^4}{4!} - \dots$$

トナリモノトモト $\cos mx$ (ニテ) ハ

然ル = 右辺ハ如何. 一般 =

$$m \equiv m^* \pmod{2\pi}, |m^*| \leq \pi$$

ナラバ, $\cos mx$ ノ補間ハ $\cos m^*x$ ヲアヲハス. 故 =

$|m| \leq \pi$ ナラサル限リ, コノ例ニテノ左右兩辺ノ補間ハ一致シナイコト = ナル. 即チ一函数ヲ補間スル = 當リ, コレヲ無限個ノ和 = 分チ各項ノ補間級数ノ和ヲ作ツテモ, コレハ必ス"シモ直接原函数ヲ補間シタモノト一致シナイコトカ"知ラレル.

然ラバ"如何ナル場合 = (1)ノ兩辺ノ補間カ"一致スルカコレハ未ダ"未解決テ"ハアルカ" 下記 = 其一例ヲ擧ゲル

$$(4) \quad F(x) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + \dots$$

ココ = $\sum a_m$ ハ絶体収斂. 又 $f_m(x)$ ノ補間級数ノ n 項迄ノ和カ" m, n ノ值如何 = 関セス"絶対値 *beschränkt* ($< M$) テ"アルトスル. 其ルモ" = ツイテハ前記ノ一致カ"成立ツ
即チ

$$(5) \quad F - (a_1 f_1 + a_2 f_2 + \dots + a_k f_k) = a_{k+1} f_{k+1} + \dots$$

ニツキ コレノ補間級数ノ n 項迄ノ和ヲ $S(k, n)$ トスルハ"

$$(6) \quad S(k, n) = a_{k+1} S_{k+1}^n + a_{k+2} S_{k+2}^n + \dots$$

ココ = S_m^n ヲ以テ f_m ノ補間ノ n 項迄ノ和トスル. 之ヲ用フレハ"

$$(7) \quad |S(k, n)| < M \sum_{m>k} |a_m|$$

従ツテ

$$(8) \quad |S(k, \infty)| < M \sum_{m>k} |a_m|$$

更ニ $\sum a_m$ が絶対収斂ナルコトヲ用フレバ

$$(9) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |S(k, \infty)| = 0$$

ナルコトヲ知ル。

例ハバ a_m が上記條件ヲ満足ストキ

$$F = a_1 \sin \lambda_1 x + a_2 \sin \lambda_2 x + \dots$$

如キモノガ上ノモノ一例ヲアル

コレト類似ノ物ナカラ

$$\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} - \dots \quad 1)$$

如キモノニツイテハ如何コレハ筆者等ガ解決ヲ要望シツツ未ダ解キ得ヌモノナル。

1) 函数 $f(x)$ ノ数值ヲ整数位ニテ四捨五入セルトキノ
誤差ガ

$$\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\sin 2\pi f(x)}{1} - \frac{\sin 4\pi f(x)}{2} + \frac{\sin 6\pi f(x)}{3} - \dots \right\}$$

ニテ表ハサレル

(9.6.29 受取)