

2025年度（令和7年度）大学院入試

数学問題

実施日時

2024年（令和6年）11月16日（土）

9:00～11:00

- 監督者の合図があるまで問題冊子を開いてはならない。
- 問題冊子は表紙も入れて2枚，問題は全部で4問である。
- 解答は，問題ごとに別々の答案用紙1枚に記入すること。
答案用紙の裏面に記入してもよい。
- それぞれの答案用紙に受験番号，氏名，問題番号を記入すること。
- 答案用紙，下書き用紙は終了後すべて提出し，持ち帰ってはならない。

[1] \mathbb{R}^2 上の実数値関数 $f(x, y) = x^3 - xy^2 - 3x^2 + 3y^2$ の極値を求めよ.

[2] 次の条件 (*) を満たす実数 a を決定せよ.

(*) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -a & -a + a^2 \\ a & 1 - a^2 & -a - a^2 + a^3 \\ a & a - a^2 & 1 - 2a^2 + a^3 \end{pmatrix}$ の固有値は全て絶対値 1 の複素数である.

[3] 実 2 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^2 の部分位相空間 S^1 を

$$S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

で定める. S^1 は連結かつコンパクトであることを示せ.

[4] π を円周率, n を正の整数とする. 円周 $C: |z| = 2$ に対して, 複素線積分

$$\int_C \frac{\sin(\pi z)}{(z-1)^n} dz$$

の値を求めよ. ただし, C の向きは正の向きとする.